

IDENTIFICACIÓN DE PROCESOS SOBREAMORTIGUADOS UTILIZANDO TÉCNICAS DE LAZO ABIERTO

Víctor M. Alfaro

Resumen

Se presentan varios de los métodos de identificación de procesos de lazo abierto, disponibles para la obtención de un modelo de primer o segundo orden más tiempo muerto, para un proceso sobreamortiguado.

Mediante pruebas de simulación digital, se compara el desempeño de estos métodos y se determina la bondad de los mismos con base en el error de predicción cometido.

Se dan recomendaciones sobre qué método utilizar con base en el modelo requerido.

Abstract

Several open loop identification methods for over damped process are presented, to obtain first and second order plus dead time models.

A comparison based on the prediction error of the different models is made with the aid of digital simulation in order to measure their performance.

Recommendations on the identification method to use are given based on the model required.

1. INTRODUCCIÓN

La puesta en servicio de un sistema de control industrial requiere de la correcta sintonización del controlador, es decir de la selección adecuada de sus parámetros.

Para poder sintonizar el controlador $G_c(s)$ de un lazo de control, como el mostrado en la Fig. N° 1, es necesario identificar primero la dinámica del proceso que se va a controlar $G_p(s)$, para luego obtener los parámetros del controlador, empleando el método de sintonización seleccionado. El proceso de sintonización del controlador consta así de dos etapas: identificación y sintonización.

La obtención de la información dinámica del proceso requiere que éste sea excitado de alguna forma y que tanto la entrada aplicada así como la respuesta del proceso, sean registradas. Por estas razones resulta necesario realizar una prueba experimental que permita identificar un modelo dinámico para el proceso.

Las técnicas de identificación experimental, que nos interesan, pueden clasificarse en:

- Métodos basados en la curva de reacción del proceso (respuesta al escalón)
- Métodos de oscilación mantenida
- Métodos de realimentación con relé
- Métodos de control P

Los métodos basados en la *curva de reacción del proceso* son métodos de lazo abierto, el controlador puede o no estar instalado y si lo está operará de modo “manual” durante la prueba.

Los demás métodos son del tipo de lazo cerrado, en donde el controlador se encuentra operando en “automático”.

Las técnicas de identificación citadas anteriormente se basan, en consecuencia, en la curva de respuesta del proceso obtenida a lazo abierto o lazo cerrado y son procedimientos esencialmente gráficos. Otros procedimientos que utilizan secuencias

binarias pseudo-aleatorias (*PRBS*), como señales de prueba y métodos numéricos basados en los mínimos cuadrados para la identificación de modelos en tiempo continuo o en tiempo discreto del tipo ARX, ARMA, ARMAX y otros, están fuera del alcance de este trabajo.

Se presentan a continuación, algunos métodos de identificación de procesos *sobreamortiguados* basados en la curva de reacción y los resultados comparativos de la bondad de los mismos, obtenidos mediante pruebas de simulación digital.

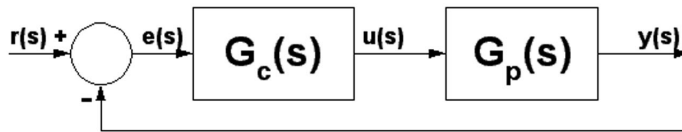


Figura N° 1 - Sistema de control realimentado

2. MODELOS

La mayoría de los métodos de sintonización de controladores se basan en los parámetros de un modelo de orden reducido que permita representar sistemas dinámicos de orden alto y por esta razón los más empleados son los de primer o segundo orden más tiempo muerto, cuyas funciones de transferencia son:

Primer orden más tiempo muerto

$$G_p(s) = \frac{k_p e^{-t_m s}}{\tau s + 1} \quad (1)$$

Segundo orden sobreamortiguado más tiempo muerto

$$G_p(s) = \frac{k_p e^{-t_m s}}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} \quad (2)$$

Segundo orden subamortiguado más tiempo muerto

$$G_p(s) = \frac{\omega_n^2 k_p e^{-t_m s}}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} = \frac{k_p e^{-t_m s}}{\tau^2 s^2 + 2\zeta\tau s + 1} \quad (3)$$

3. MÉTODOS BASADOS EN LA CURVA DE REACCIÓN DEL PROCESO

Para efecto de los métodos de sintonización de controladores, usualmente se requiere que los sistemas *sobreamortiguados* de orden superior a

uno, se representen por medio de un modelo de primer orden más tiempo muerto, como el dado por la ecuación (1), algunos pocos requieren de un modelo de segundo orden más tiempo muerto, como el dado por (2). Si el sistema es subamortiguado debe representarse por un modelo como el dado por (3).

Restringiremos los métodos de identificación, así como los resultados obtenidos en su comparación, a aquéllos que permitan identificar un modelo de primer o segundo orden más tiempo muerto y en particular a los siguientes:

- Métodos de la tangente (Miller, Ziegler y Nichols)
- Métodos de dos puntos (Alfaro, Bröida, Chen y Yan, Ho, Smith, Vitecková)
- Métodos de tres puntos (Jahanmiri y Fallanhi, Stark)
- Métodos de Strejc
- Método de las áreas características de Nishikawa

La curva de reacción del proceso se obtiene mediante una prueba de lazo abierto con el controlador manual y el sistema situados en el punto de operación deseado. En estas condiciones se aplica un cambio de escalón en la salida del

controlador y se registra esta señal y la de salida del proceso, desde el instante en que se aplicó el escalón de entrada hasta que el sistema alcance un nuevo punto de operación estable, si este es un proceso auto-regulado.

3.1 MÉTODOS QUE UTILIZAN LA RECTA TANGENTE

3.1.1 MÉTODO DE LA TANGENTE DE ZIEGLER Y NICHOLS^[14]

El primer método de identificación propuesto como parte de un procedimiento de sintonización de controladores fue desarrollado por Ziegler y Nichols. Aunque estos autores no supusieron que el sistema a identificar fuera auto-regulado, esto es que la respuesta del sistema tendía a un valor finito, su procedimiento de identificación puede utilizarse para obtener un modelo de primer orden más tiempo muerto.

El procedimiento requiere que se trace una recta tangente a la curva de reacción del proceso en su punto de inflexión o de máxima pendiente, como se muestra en la Fig. N° 2.

Para obtener un modelo de primer orden más tiempo muerto (1), se debe identificar la ganancia k_p , la constante de tiempo τ y el tiempo muerto aparente t_m del sistema.

La ganancia es el cambio total en la salida dividido por el cambio en la entrada:

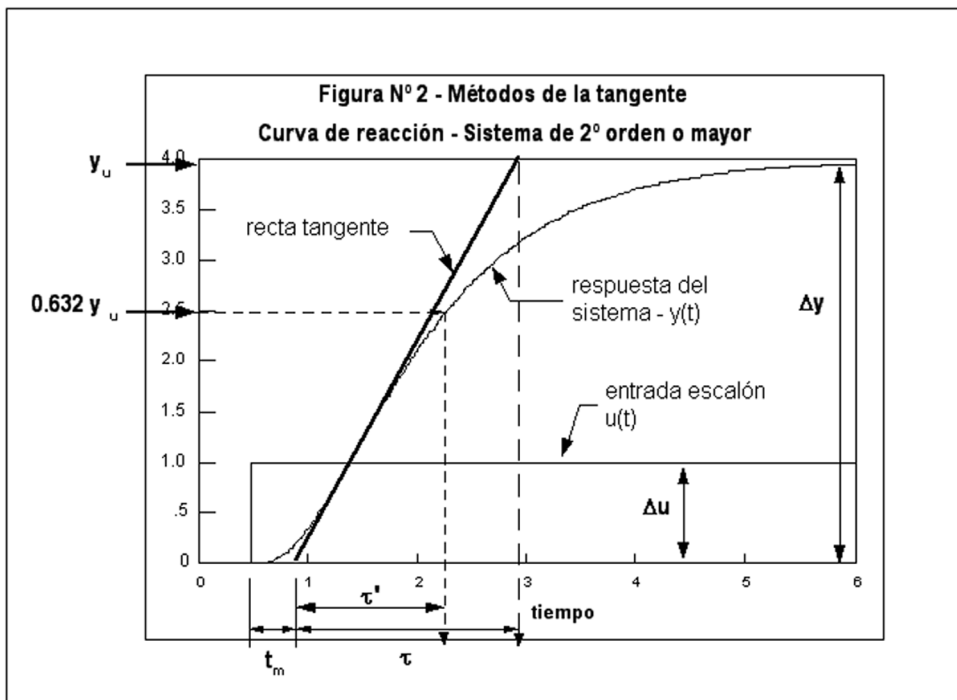
$$k_p = \Delta y / \Delta u \quad (4)$$

El tiempo transcurrido entre la aplicación del escalón de entrada y el punto en que la recta tangente corta el eje del tiempo es el tiempo muerto aparente del sistema, y el tiempo transcurrido entre este instante y el tiempo en que la tangente corta el valor final de la salida y_u es la constante de tiempo.

3.1.2 MÉTODO DE LA TANGENTE MODIFICADO DE MILLER^[7]

El procedimiento propuesto por Miller es una variación del de Ziegler y Nichol y al igual que éste requiere que se trace una recta tangente al punto de inflexión de la respuesta. La ganancia y el tiempo muerto en este método se calculan de la misma forma que en el método de Ziegler y Nichols.

La variación propuesta por Miller radica en el cálculo de la constante de tiempo del modelo, ésta se calcula como el tiempo requerido para que la respuesta alcance el 63.2% del cambio total a partir del tiempo muerto. Esta variación hace que la respuesta del modelo y la del sistema real coincidan en por lo menos un punto, ambas respuestas pasan por el mismo punto en el instante $t = t_m + \tau$



3.2 MÉTODOS DE DOS PUNTOS

El método de Ziegler y Nichols y la variación propuesta por Miller requieren que se trace una recta tangente a la curva de reacción del sistema en el punto de inflexión. Esto no siempre es fácil de realizar, máxime si la respuesta del sistema presenta ruido. Una variación en la pendiente de la recta tangente afecta tanto el valor del tiempo muerto como el de la constante de tiempo del modelo.

Para identificar dos parámetros que requiere el modelo, la constante de tiempo y el tiempo muerto aparente del sistema, se pueden establecer dos ecuaciones con dos incógnitas utilizando dos puntos sobre la curva de reacción. De este modo se garantiza que la respuesta del modelo coincida con la del sistema real en estos dos puntos como mínimo.

3.2.1 MÉTODO DE SMITH^[9]

El primer método basado en dos puntos sobre la curva de reacción fue propuesto por Smith. Los instantes seleccionados por este autor fueron los tiempos requeridos para que la respuesta alcance el 28.3% (t_{28}) y el 63.2% (t_{63}) del valor final, y corresponden a:

$$t_{28} = t_m + \tau / 3 \quad (5)$$

$$t_{63} = t_m + \tau \quad (6)$$

Este sistema de ecuaciones se puede resolver para t_m y τ obteniéndose:

$$\tau = 1.5(t_{63} - t_{28}) \quad (7)$$

$$t_m = t_{63} - \tau \quad (8)$$

La ganancia del modelo se calcula como en los métodos anteriores con (4).

3.2.2 MÉTODO DE DOS PUNTOS GENERAL

Con posterioridad a la presentación del método de dos puntos de Smith se han desarrollado otros basados en el mismo procedimiento, diferenciándose únicamente en la selección de los dos instantes en que la respuesta del modelo se hace coincidir con la del proceso real.

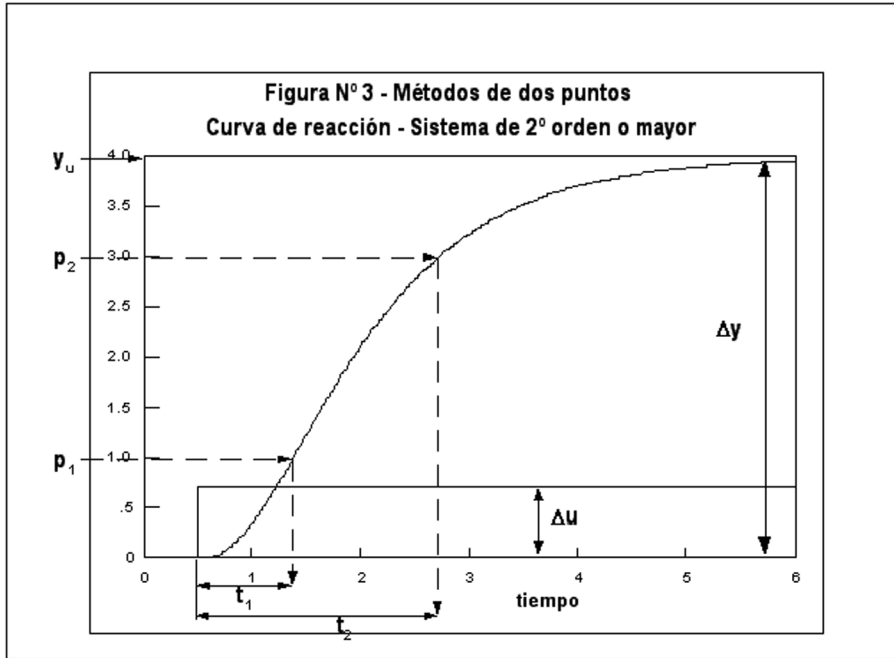
Pueden establecerse, por consiguiente, ecuaciones generales para los *métodos de dos puntos*, con el fin de identificar un modelo de primer orden más tiempo muerto dado por (1) con base en los tiempos requeridos para alcanzar dos puntos específicos en la curva de reacción del proceso.

Si p_1 y p_2 son dos valores porcentuales del cambio en la respuesta del sistema a un cambio escalón en la entrada y t_1 y t_2 son los tiempos requeridos para alcanzar estos dos valores, como se muestra en la Fig. N° 3, entonces los parámetros de un modelo de primer orden más tiempo muerto se pueden obtener de:

$$\tau = a t_1 + b t_2 \quad (9)$$

$$t_m = c t_1 + d t_2 \quad (10)$$

y la ganancia con (4).



Los porcentajes del cambio en la respuesta para la determinación de los dos tiempos requeridos por el procedimiento de identificación, así como los valores de las constantes a , b , c y d para los métodos de Alfaro^[11], Bröida^[31], Chen y Yan^[41], Ho *et al.*^[51], Smith^[9] y Vitecková *et al.*^[13], se resumen en Tabla N° 1.

En la Tabla N°2 se muestran los tiempos y constantes para obtener un modelo de segundo orden con un polo doble dado por:

$$G_p(s) = \frac{k_p e^{-t_m s}}{(\tau s + 1)^2} \quad (11)$$

utilizando el método de Ho y el de Vitecková, que también se basan en dos puntos sobre la curva de reacción del proceso.

Tabla N° 1 - Constantes para la identificación de los modelos de primer orden más tiempo muerto

| Método | % p_1 (t_1) | % p_2 (t_2) | A | b | c | d |
|-------------------------|-------------------|-------------------|--------|-------|-------|--------|
| Alfaro | 250 | 75.0 | -0.910 | 0.910 | 1.262 | -0.262 |
| Bröida | 28,0 | 40.0 | -5.500 | 5.500 | 2.800 | -1.800 |
| Chen y Yang | 33,0 | 67.0 | -1.400 | 1.400 | 1.540 | -0.540 |
| Ho <i>et al.</i> | 35.0 | 85.0 | -0.670 | 0.670 | 1.300 | -0.290 |
| Smith | 28.3 | 63.2 | -1.500 | 1.500 | 1.500 | -0.500 |
| Vitecková <i>et al.</i> | 33.0 | 70.0 | -1.245 | 1.245 | 1.498 | -0.498 |

Tabla N°2 - Constantes para la identificación de los modelos de polo doble más tiempo muerto.

| Método | %p ₁ (t ₁) | %p ₂ (t ₂) | A | b | c | d |
|-------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|--------|-------|-------|--------|
| Ho <i>et al.</i> | 35.0 | 85.0 | -0.463 | 0.463 | 1.574 | -0.574 |
| Vitecková <i>et al.</i> | 33.0 | 70.0 | -0.749 | 0.749 | 1.937 | -0.937 |

3.3 MÉTODOS DE TRES PUNTOS

Un modelo de segundo orden más tiempo muerto, como los dados por (2) o (3), tiene tres parámetros en adición a la ganancia, por lo que se requieren tres puntos sobre la curva de reacción para identificarlo.

3.3.1 MÉTODO DE STARK^[10]

Los instantes seleccionados en este método fueron los tiempos requeridos para que la respuesta alcance el 15 % (t₁₅), el 45 % (t₄₅) y el 75 % (t₇₅) del valor final. Su procedimiento de identificación está dado por:

$$\text{Sea } x = \frac{t_{45} - t_{15}}{t_{75} - t_{15}} \quad (12)$$

$$\zeta = \frac{0.0805 - 5.547(0.475 - x)^2}{x - 0.356} \quad (13)$$

$$f_2(\zeta) = 0.708(2.811)^2 \text{ para } \zeta \leq 1.0 \quad (14)$$

$$f_2(\zeta) = 2.6\zeta - 0.60w \text{ para } \zeta \notin 1.0 \quad (15)$$

$$\omega_n = \frac{f_2(\zeta)}{t_{75} - t_{15}} \quad (16)$$

$$f_3(\zeta) = 0.922(1.66)^\zeta \quad (17)$$

$$t_m = t_{45} - \frac{f_3(\zeta)}{\omega_n} \quad (18)$$

$$\tau_1 = \frac{\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1}}{\omega_n} \text{ para } \zeta \geq 1.0 \quad (19)$$

$$\tau_2 = \frac{\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1}}{\omega_n} w \text{ para } \zeta \geq 1.0 \quad (20)$$

y la ganancia determinada con (4).

3.3.2 MÉTODO DE JAHANMIRI Y FALLAHI^[6]

Este método está basado en los tiempos para alcanzar el 2 (t₂) o el 5 % (t₅), el 70 % (t₇₀) y el 90 % (t₉₀) del valor final. Las ecuaciones para identificar el modelo son:

$$t_m = t_2 \text{ o } t_5, \text{ el que dé menor IAE} \quad (21)$$

$$\eta = \frac{t_{90} - t_{70}}{t_{90} - t_m} \quad (22)$$

$$\zeta = \sqrt{\frac{0.4844651 - 0.75323499\eta}{1 - 2.0946444\eta}}, \quad \eta \leq 0.4771 \quad (23)$$

$$\zeta = 13.9352, \quad \eta \geq 0.4771 \quad (24)$$

$$\tau = \frac{t_{90} - t_m}{0.424301 + 4.62533\zeta - 2.65412e^{-\zeta}} \quad (25)$$

y la ganancia calculada con (4).

3.4 MÉTODOS DE STREJC^[3,11]

En el caso particular de que las constantes de tiempo del sistema sean aproximadamente iguales, puede utilizarse este método para identificar un modelo de polos múltiples como los dados por:

$$G_p(s) = \frac{k_p}{(\tau s + 1)^n} \quad (26)$$

$$G_p(s) = \frac{k_p e^{-t_m s}}{(\tau s + 1)^n} \quad (27)$$

Al igual que en los métodos de Ziegler y Nichols así como el de Miller, se requiere trazar una recta tangente al punto de inflexión de la curva de reacción del proceso y obtener los valores T_u y T_a , que corresponden, respectivamente, al tiempo muerto t_m y a la constante de tiempo t del método de la tangente.

La ganancia de los modelos se calcula con (4), el orden del modelo (26) se obtiene por redondeo al número entero inferior de:

$$n = 10 \frac{T_u}{T_a} + 1 \quad (28)$$

y la constante de tiempo del polo múltiple como:

$$\tau = T_a \frac{(n-1)^{n-1}}{(n-1)!} e^{-(n-1)} \quad (29)$$

Para identificar el modelo (27) una vez obtenidos T_u y T_a de la curva de respuesta, se calcula T_u/T_a y se determina el orden del modelo n de la tabla de Strejc (Tabla N° 3) como el valor de n correspondiente al valor de T_u/T_a inmediatamente inferior al valor calculado. Se obtienen los valores de T_a/t y T_u/t para este valor de n y se calcula t .

La proximidad de los dos valores de t obtenidos sería una indicación de la validez del modelo.

Para el cálculo del tiempo muerto aparente del sistema, con el valor del orden del sistema n y valor de T_u/T_a de la tabla de Strejc, se calcula un valor de T_u denominado T_{ur} . El tiempo muerto será la diferencia entre este y el valor de T_u determinado gráficamente, T_{ur} .

$$t_m = T_{ur} - T_{rt} \quad (30)$$

Tabla N° 3 - Método de Strejc

| N | T_u/T_a | T_u/τ | T_a/τ |
|----|-----------|------------|------------|
| 1 | 0.000 | 0.000 | 1.000 |
| 2 | 0.104 | 0.282 | 2.718 |
| 3 | 0.218 | 0.805 | 3.695 |
| 4 | 0.319 | 1.425 | 4.465 |
| 5 | 0.410 | 2.100 | 5.119 |
| 6 | 0.493 | 2.811 | 5.699 |
| 7 | 0.570 | 3.549 | 6.226 |
| 8 | 0.642 | 4.307 | 6.711 |
| 9 | 0.000 | 5.081 | 7.164 |
| 10 | 0.773 | 5.869 | 7.590 |

3.5 MÉTODO DE LAS ÁREAS CARACTERÍSTICAS

Nishikawa *et al.*^[8] proponen identificar un modelo de orden alto más tiempo muerto como el dado por

$$G_p(s) = \frac{k_k e^{-t_m s}}{\prod_{j=1}^n (\tau_j s + 1)} \quad (31)$$

mediante el cálculo de las áreas determinadas por la curva de reacción del sistema.

Definen las siguientes áreas:

$$S_y = \int_0^{\infty} |\Delta y - y(\tau)| d\tau \quad (32)$$

$$S(t) = \int_0^t y(\tau) d\tau \quad (33)$$

La ganancia del modelo se calcula en la forma usual con (4). El área S_y da la suma de las constantes de tiempo más el tiempo muerto del sistema:

$$\tau_T = \sum_{j=1}^n \tau_j + t_m = \frac{S_y}{\Delta y} \quad (34)$$

Definen también las siguientes cantidades:

$$\sigma = \frac{S(\tau_T)}{\tau_T \Delta y} \quad (35)$$

$$\sigma' = \frac{S(k \tau_T)}{\tau_T \Delta y} \quad (36)$$

En donde k es un valor entre 0 y 1.

Si el sistema es de primer orden, $n = 1$, los parámetros del modelo se determinan en función de τ_T y σ como

$$\tau_1 = \sigma e \tau_T \quad (37)$$

$$t_m = \tau_1 - \tau_T \quad (38)$$

4.0 PRUEBAS COMPARATIVAS POR SIMULACIÓN

La bondad de las técnicas de identificación, descritas anteriormente, se evaluó mediante la simulación digital, tanto de las plantas de prueba como de los modelos identificados, utilizando el programa VisSim 3.0^[12].

4.1 PLANTAS DE PRUEBA

La selección de las plantas empleadas para las pruebas comparativas se basó en las plantas utilizadas para tal fin en otras investigaciones^[2,4,5,6,8,13], así como en las siguientes variantes:

$$G_{p1}(s) = \frac{1}{(\tau s + 1)^3}, \quad \tau = 0.5, 1.0, 1.5, 2.0 \quad (39)$$

$$G_{p2}(s) = \frac{1}{(.2s + 1)(.5s + 1)(s + 1)} w \quad (40)$$

$$G_{p3}(s) = \frac{1}{(.1s + 1)(.2s + 1)(.5s + 1)(s + 1)(2s + 1)} \quad (41)$$

$$G_{p4}(s) = \frac{e^{-15s}}{(.33s + 1)(.5s + 1)(s + 1)} \quad (42)$$

4.2 ÍNDICES DE DESEMPEÑO

Definiendo el "error de predicción" de un modelo como la diferencia entre la salida de la planta y la predicha por éste, se establecieron los siguientes índices de desempeño:

Integral del error de predicción absoluto:

$$IEAP = \int_0^{\infty} |y_p(t) - y_m(t)| dt \quad (43)$$

Integral del error de predicción cuadrático:

$$IECP = \int_0^{\infty} (y_p(t) - y_m(t))^2 dt \quad (44)$$

en donde $y_p(t)$ es la salida de la planta y $y_m(t)$ la del modelo identificado para la misma.

El índice $IEAP$ representa el área diferencial entre la respuesta de la planta y la del modelo, de manera que si la $IEAP \rightarrow 0$ entonces $y_m(t) \rightarrow y_p(t)$. Cuanto menor sea este índice de desempeño mejor será la representación dada por el modelo.

El índice $IECP$ da un mayor peso a las desviaciones grandes que a las pequeñas, por lo que dados dos modelos que posean valores del $IEAP$ similares, el que tenga un menor $IECP$ predecirá la salida de la planta con desviaciones máximas menores.

Como la evaluación hasta el infinito de los índices (43) y (44) es imposible de realizar, estos se evaluarán para un intervalo de tiempo

entre 0 y $10\tau_T$, siendo $\tau_T = \sum_{i=1}^n \tau_i$ el sumatorio de las constantes de tiempo de la planta.

4.3 PARÁMETROS ÓPTIMOS DE LOS MODELOS

Los índices de desempeño definidos en [4.2] permiten realizar una comparación entre los diferentes modelos identificados para una planta en particular, pero más importante que su cuantificación para un modelo dado, es su valor relativo respecto al de otro.

Para establecer un valor o índice de referencia que compare la bondad de los modelos, se identificaron los parámetros del modelo de primer y segundo orden más tiempo muerto que minimizan el criterio $IEAP$, y se definió el *Porcentaje de error de predicción* como

$$PEP_i = 100 \frac{IEAP_i - IEAP_{opt}}{IEAP_{opt}} \quad (45)$$

En donde $IEAP_i$ es el valor del índice $IEAP$ para un procedimiento de identificación en particular y el $IEAP_{opt}$ el del modelo optimizado para esa misma planta.

4.4 RESULTADOS DE LA SIMULACIÓN

Las cuatro plantas descritas en [4.1] se identificaron con los métodos enumerados en [3.0] y su desempeño fue evaluado por medio de los índices establecidos en [4.2].

Los resultados obtenidos para el caso particular de la planta G_{p3} se resumen en la Tabla N° 4 para los modelos de primer orden más tiempo muerto, en la Tabla N° 5 para los de segundo orden y en la Tabla N° 6 para los modelos de polo múltiple.

4.5 ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

El análisis y la comparación del desempeño de los métodos de identificación estudiados, toman en consideración los resultados obtenidos con las cuatro plantas de prueba.

4.5.1 MÉTODOS DE LA TANGENTE

Los métodos basados en el trazo de la recta tangente al punto de inflexión de la curva de respuesta del sistema a un cambio escalón en el valor deseado, dieron los peores resultados.

En particular, el método de la tangente de Ziegler y Nichols tuvo un porcentaje de error de predicción PEP promedio del 700 % respecto al modelo óptimo, considerados todos los procesos simulados. Las respuestas de los modelos identificados por este procedimiento fueron siempre más lentas que las del sistema real y con un error considerable.

La importancia de este método es sobre todo histórica y su necesidad se reduce al caso en el que se aplica el método de sintonización de controladores de Ziegler y Nichols de lazo abierto.

El método de la tangente modificado de Miller, que hace coincidir la respuesta del modelo con la del sistema real en un punto, mejora considerablemente la exactitud del modelo. El porcentaje de error de predicción promedio fue un 115%.

4.5.2 MÉTODOS DE DOS PUNTOS

Con la excepción del método de Bröida, cuyo *PEP* promedio fue del 125 %, los demás métodos de dos puntos proporcionaron una buena exactitud de predicción, Alfaro (17 %), Chen y Yang (19 %), Ho (3 %), Smith (53 %) y Vitecková (16 %).

A pesar de que el método de los dos puntos de Smith es utilizado frecuentemente en la literatura, su error no deja de ser apreciable, más del 50 %; los métodos de Alfaro, Chen y Yang y el de Vitecková reducen el porcentaje de error de predicción a casi una tercera parte respecto al de Smith, siendo siempre el de Ho el mejor de todos.

Las diferencias en los porcentajes de error de predicción de los diferentes métodos de dos puntos, están relacionadas con los puntos seleccionados por los autores para hacer coincidir la respuesta del modelo con la del proceso real. Por ejemplo, Smith los escogió en función de la constante de tiempo del modelo (28,7 % representa un tercio de la constante de tiempo y 63,2 % una constante de tiempo); Alfaro separó los puntos de coincidencia hacia abajo y hacia arriba de la curva de respuesta (25 y 75) % para lograr una mejor aproximación al inicio y final de la respuesta; Ho (35 y 85) % los seleccionó con base a pruebas de identificación de modelos óptimos mediante el uso de mínimos cuadrados.

Tabla N° 4 - Modelos de primer orden más tiempo muerto

| Método | k_p | τ | t_m | IEAP* | IECP* | PEP |
|-------------------|-------|--------|--------|----------|----------|-----|
| Ziegler y Nichols | 1 | 4,3800 | 1,0700 | 1,646E+0 | 1,908E-1 | 790 |
| Miller | 1 | 2,9900 | 1,0700 | 4,314E-1 | 1,438E-2 | 133 |
| Alfaro | 1 | 2,5420 | 1,4250 | 2,277E-1 | 6,156E-3 | 23 |
| Bröida | 1 | 2,8550 | 1,3570 | 4,098E-1 | 1,453E-2 | 122 |
| Chen y Yang | 1 | 2,4780 | 1,5440 | 2,289E-1 | 8,616E-3 | 24 |
| Ho et al. | 1 | 2,3380 | 1,6240 | 1,920E-1 | 9,951E-3 | 4 |
| Smith | 1 | 2,6540 | 1,4060 | 2,810E-1 | 7,936E-3 | 52 |
| Vitecková et al. | 1 | 2,4780 | 1,5090 | 2,159E-1 | 7,335E-3 | 17 |
| Nishikawa | 1 | 2,3670 | 1,4360 | 2,061E-1 | 7,320E-3 | 11 |
| Óptimo** | 1 | 2,3099 | 1,5980 | 1,849E-1 | 9,026E-3 | - |

* en el intervalo de solución de 0 a 38

** respecto a la IEAP

Tabla N° 5 - Modelos de segundo orden más tiempo muerto

| Método | k_p | t_m | τ_1 | τ_2 | ζ | ω_n | IEAP* | IECP* | PEP |
|-------------------------|----------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|-----------------|-----------------|-----|
| Jahanmiri ($t_{2\%}$) | 1 | 0,8500 | 1,7250 | 1,1830 | 1,0178 | 0,7000 | 1.495E-1 | 2.517E-3 | 284 |
| Jahanmiri ($t_{5\%}$) | 1 | 1,3000 | 1,9240 | 0,7710 | 1,1064 | 0.8210 | 2.000E-1 | 7.135E-3 | 413 |
| Stark | 1 | 0,6480 | 2,0830 | 1,1150 | 1,0490 | 0.6560 | 5.623E-2 | 3.179E-4 | 44 |
| Óptimo** | 1 | 0,6270 | 1,6000 | 1,5970 | 1,0000 | 0.6256 | 3.896E-2 | 1.992E-4 | |

* en el intervalo de solución de 0 a 38

** respecto a la IEAP

Tabla N° 6 - Modelos de polo múltiple

| Método | k_p | t_m | τ | n | IEAP* | IECP* | PEP** |
|------------------|-------|--------|--------|-----|----------|----------|-------|
| Ho et al. | 1 | 0.6070 | 1.6160 | 2 | 4.115E-2 | 2.141E-3 | 6 |
| Strej (1) | 1 | - | 1.1860 | 3 | 2.440E-1 | 5.342E-3 | 526 |
| Strej (2) | 1 | 0.1150 | 1.2570 | 3 | 1.523E-1 | 3.432E-3 | 291 |
| Vitecková et al. | 1 | 0.6350 | 1.4910 | 2 | 2.000E-1 | 4.236E-3 | 413 |

* en el intervalo de solución de 0 a 38

** respecto a la IEAP del modelo óptimo de segundo orden sobreamortiguado

4.5.3 MÉTODO DE LAS ÁREAS CARACTERÍSTICAS

El método propuesto por Nishikawa presentó un *PEP* promedio del 10 %, considerado muy bueno. Su principal característica fue que el error de predicción no se vio afectado por las diferentes características de los modelos, el valor mínimo fue un 8 % y el máximo un 11 %, resultando un procedimiento de identificación muy consistente.

El procedimiento elimina los errores inherentes de los métodos gráficos, como el de la tangente y los de dos puntos, pero requiere del cálculo de las áreas bajo la curva de respuesta, por lo que es necesario “capturar” la misma para poder realizar los cálculos posteriores.

4.5.4 MODELOS DE TRES PUNTOS

Aunque se obtuvo un *PEP* promedio del 57 % para los modelos de Stark respecto a los óptimos para un sistema de segundo orden, los resultados tuvieron una gran variación, desde un máximo del 188 % hasta un modelo con un *IEAP* 11 % menor que el óptimo.

La razón por la que un modelo identificado por el método de Stark pueda tener un *IEAP* menor que el óptimo, es que el modelo optimizado estaba restringido a ser de segundo orden *sobreamortiguado*, mientras que el modelo identificado por Stark puede ser tanto *sobreamortiguado* como *subamortiguado*. De hecho, los modelos identificados para las plantas con un polo triple siempre fueron ligeramente *subamortiguados*.

Resulta interesante, también, comparar los valores de las *IEAP* de los modelos de Stark respecto a los de los modelos de primer orden más tiempo muerto óptimos. Los *IEAP* de los modelos de Stark fueron en promedio un 54 % menores que el del mejor modelo de primer orden posible. Esto indica que un modelo de segundo orden bien identificado será siempre mejor que un modelo de primer orden aunque éste obtenga buenos resultados.

Los modelos de segundo orden identificados por el procedimiento de Jahanmiri y Fallahi, aunque fueron superiores a los modelos de primer orden identificados por los otros métodos, siempre fueron inferiores a los de Stark.

4.5.5 MODELOS DE POLO MÚLTIPLE

Los dos métodos de Strej identifican un modelo de polo múltiple con o sin tiempo muerto, cuyo orden debe determinarse, mientras que el de Ho y el de Vitecková están restringidos a un modelo con polo doble más tiempo muerto.

Con excepción de la planta 1 con $\tau = 1,0$, identificada como un polo triple con una constante de tiempo muy cercana a 1 (0,9910), los modelos de

Strej siempre mostraron un mayor error de predicción que el modelo óptimo de segundo orden.

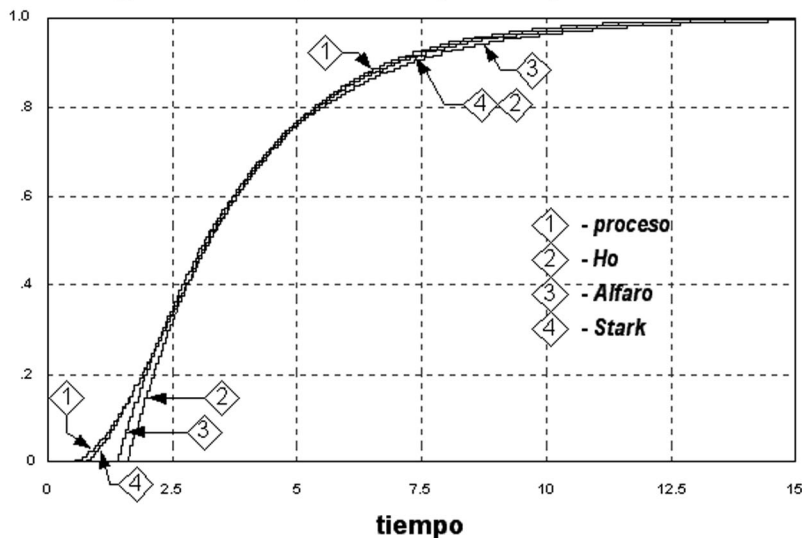
Si bien los modelos de primer orden más tiempo muerto identificados por el método de Vitecková dieron buenos resultados, los que producen modelos con un polo doble no fueron satisfactorios. En algunos casos mostraron tener ventaja sobre los de Strej, pero para las plantas de polo múltiple el error de predicción fue del mismo orden de magnitud que el de éstos.

El método de Ho, aunque restringido a ser un polo doble, mostró un mejor desempeño que los modelos de Strej. De los valores del *PEP* de los modelos de Ho, se puede apreciar que es mejor a medida que aumentan las constantes de tiempo, o sea que identifica mejor los procesos lentos que los rápidos, incluso un sistema de orden quinto lo representó con mucha precisión.

Si se comparan los resultados obtenidos con el método de Ho y con el de Stark, se puede ver que el de Ho fue siempre mejor que el de Stark.

En la Fig. N° 4 se muestra la curva de reacción del proceso junto con la respuesta de los modelos identificados por los métodos de Ho (primer orden), Alfaro y Stark.

Figura N° 4 - Respuesta del proceso y los modelos



5. CONCLUSIONES

Los métodos de sintonización de controladores parten de un modelo identificado para el proceso a controlar, en consecuencia la fidelidad del modelo para representar su dinámica es de primordial importancia para los objetivos de control deseados.

Las pruebas de simulación demostraron que en plantas de orden alto, los modelos de segundo orden más tiempo muerto son superiores a los de primer orden.

Los resultados permiten recomendar que se identifique el modelo a través de un mínimo de dos procedimientos diferentes, y se comparen las respuestas predichas por los modelos con la del sistema real.

En el caso de requerirse un modelo de primer orden más tiempo muerto, se recomienda utilizar el método de Ho y otro de los métodos de dos puntos, como el de Alfaro o el de Chen y Yang.

En el caso de requerirse modelos de segundo orden, se recomienda utilizar el método de Ho y el de Stark.

6. BIBLIOGRAFÍA

1. Alfaro, V.M. – “Apuntes del curso IE-432 – Laboratorio de Control Automático”, Escuela de Ingeniería Eléctrica, Universidad de Costa Rica, San José, Costa Rica, 1 998.
2. Aström, K.J. y T. Hägglund – “Benchmark Systems for PID Control”, *IFAC Workshop on Digital Control: Past, Present and Future of PID Control*, Terrasa, España, Abril 5 – 7, 2 000.
3. Bouamama, B.O. – “La régulation automatique”, Ecole Universitaire D’Ingénieurs de Lille (ECUDIL), Francia, 1 998.
4. Chen, C.L. y S.F. Yang – “PI tuning based on peak amplitude ratio”, *Preprints of IFAC Workshop on Digital Control: Past, Present and Future of PID Control*, Terrasa, España, Abril 5 – 7, 2 000.
5. Ho, W.K., C.C. Hang y L.S. Cao – “Tuning PID Controllers Based on Gain and Phase Margin specifications”, *Automatica* (UK), Vol. 31 N° 3, pág. 497-502, 1 995.
6. Jahanmiri, A. y H.R. Fallahi – “New Methods for Process Identification and design of Feedback Controllers”, *Transactions of The Chemical Engineers* (EUA), Vol. 75 Part A, Jul. 1 997.
7. Miller, J. – “Department of Chemical Engineering Report”, Louisiana State University, Baton Rouge, La., EUA, 1 967.
8. Nishikawa, Y., N. Sannomiya, T. Ohta y H. Tanaka – “A Method for Auto-Tuning of PID Controller Parameters”, *Automatica* (UK), Vol. 20 N° 3, pág. 321-332, 1 984.
9. Smith, C.L. – “Digital Computer Process Control”, Scranton, Pa., EUA, International Textbook Co., 1972.
10. Stark, D.M. – comunicación personal en Mollenkamp, R.A. – “Introduction to Automatic Process Control”, Research Triangle Park, NC, EUA, Instrument Society of America, 1 984.
11. Strejc, V. en Glatzel, C. – “Apuntes del curso EL-633 – Control e Instrumentación Industrial”, Departamento de Electricidad, Universidad de Chile, Santiago, Chile, 1 974.
12. Visual Solutions - “VisSim User’s Guide Version 3”, Westford, Ma., EUA, Visual Solutions, 1 999.
13. Vitecková, M., A. Viecek y L. Smitny – “Simple PI and PID Controllers tuning for

monotone self regulation plant”, *IFAC Workshop on Digital Control: Past, Present and Future of PID Control*, Terrasa, España, Abril 5 – 7, 2 000.

14. Ziegler, J.B. y N.B. Nichols – “Optimum Settings for Automatic Controls”, *ASME Transactions* (EUA), Vol. 64, pág. 759-768, 1 942.

7. SIMBOLOGÍA

| | |
|------------------------|--|
| $G_c(s)$ | función de transferencia (controlador) |
| $G_p(s)$ | función de transferencia (modelo) |
| k_p | ganancia estática |
| τ, τ_1, τ_2 | constantes de tiempo |
| t_m | tiempo muerto aparente |
| ω_n | frecuencia natural |

| | |
|------------|-------------------------------|
| ζ | razón de amortiguamiento |
| Δu | cambio en la señal de entrada |
| Δy | cambio en la señal de salida |
| s | variable compleja |

SOBRE EL AUTOR

Víctor M. Alfaro

Profesor Asociado, Departamento de Automática, Escuela de Ingeniería Eléctrica, Universidad de Costa Rica.

Apartado postal 1122, 2050 San Pedro, San José, Costa Rica.

Tel. 234.2494, Fax. 280.6370, correo electrónico: valfaro@pacuare.eie.ucr.ac.cr

El presente trabajo fue realizado como parte del proyecto N° 731-A0-169 inscrito en la Vicerrectoría de Investigación de la Universidad de Costa Rica.

